

TD 17 : Traction universelle

N. BILLON

1 De la réponse force-déplacement à la courbe contrainte déformation

1-1) Seules les contraintes et déformations sont intrinsèques.

1-2) A ce stade la démonstration est indépendante du matériau. C'est pourquoi nous utilisons un matériau imaginaire. Il s'agit de modéliser l'essai en exprimant déformations et contraintes au cours du temps.

Si les sections droites restent droites une hypothèse cinématique admissible est :

$$V \begin{cases} V_r(r, \theta, Z) \\ 0 \\ V_z(Z) \end{cases}$$

Si le cylindre est homogène, l'homogénéité longitudinale conduit à :

$$V \begin{cases} V_r(r, \theta) \\ 0 \\ V_z = \dot{\epsilon}_{zz} Z \end{cases}$$

A ce stade la seule connaissance de la vitesse de déplacement de l'extrémité du cylindre ($V_z=0.0083$ mm/s) et de sa longueur, L (initialement $L_0 = 30$ mm), permet de calculer la vitesse de déformation axiale à tout instant, t , soit :

$$\dot{\epsilon}_{zz} = \frac{V_z}{L_0 + V_z t}$$

A tout instant, deux déformations axiales peuvent être définies :

- La déformation nominale, qui n'a pas de sens physique :

$$\epsilon_n = \frac{L - L_0}{L_0}$$

- La déformation « vraie » :

$$\epsilon_v = \int_{L_0}^L \frac{dL}{L} = \int_0^t \frac{\dot{\epsilon}_{zz}}{L} dt = \ln\left(\frac{L}{L_0}\right)$$

La connaissance du rayon initial, R_0 , du cylindre ne permet que le calcul de la contrainte nominale, qui n'a pas de sens physique :

$$\sigma_n = \frac{F}{\pi R_0^2}$$

La contrainte « vraie », quant à elle, nécessite la connaissance de la section courante. Faute d'information quant à l'évolution du rayon deux hypothèses additionnelles doivent être faites :

- Isotropie transverse qui associée à l'hypothèse d'homogénéité radiale donne :

$$V \begin{cases} V_r = \dot{\epsilon}_r r \\ 0 \\ V_z = \dot{\epsilon}_{zz} Z \end{cases}$$

- Une hypothèse de comportement qui relie déformations radiale et axiale. L'hypothèse la plus classique est l'incompressibilité, soit :

$$\text{Tr}(\dot{\varepsilon}) = 0 \text{ ou encore } R^2 L = R_0^2 L_0$$

Dès lors :

$$\sigma_v = \frac{F(1 + \varepsilon_n)}{\pi R_0^2}$$

En appliquant l'équation (1) à σ_v et ε_v il est possible de calculer F. A l'inverse, si les coefficients de l'équation (1) sont inconnus, l'analyse de F permettra de les déterminer.

1-3) La contrainte nominale n'est qu'une image de la force. Cette dernière est fortement influencée par la géométrie. En particulier sa décroissance au cours du temps n'est qu'une image de la réduction de section : c'est un effet de structure et non la trace d'un endommagement du matériau.

1-4) La vitesse de déformation est de la forme : Vz/L . Vz restant constante alors que L augmente la vitesse de déformation décroît au cours de l'essai. Le matériau '2' étant sensible à la vitesse la contrainte décroît en même temps que la vitesse.

- La contrainte ainsi mesurée n'est plus totalement intrinsèque car elle dépend de l'évolution de la vitesse qui dépend de l'essai.

1-5) On aurait pu imaginer que la contrainte décroît avec la déformation, c'est-à-dire que le matériau est le siège d'un endommagement.

- Des essais cyclés ou interrompus auraient permis de valider ou d'invalider cette hypothèse en analysant l'évolution du matériau.

La dépendance en vitesse aurait quant elle était analysée en réalisant des essais de préférence à vitesse de déformation constante (donc mieux contrôlés) et variables.

En conclusion, la batterie de tests à utiliser est fonction du comportement du matériau.

1-6) Le comportement décrit à l'équation (2) permet d'estimer un majorant du module du matériau, E_m , par :

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

La vitesse de déformation initiale est de $Vz/30$ soit : $E_m = 68,62 \cdot 40 \cdot (0,0083/30)^{0,1} = 1210 \text{ Mpa}$. L'équipage paraît de l'ordre de 20 fois plus rigide que le matériau. La section du tube est de $14,92 \text{ mm}^2$. Elle supporte au maximum une force de 2200 N, soit une contrainte de 147 Mpa. Cette contrainte est près de 5 fois celle ressentie par le matériau '2'. Compte tenu de son module le tube se déforme de 0,00735. Compte tenu de la longueur cumulée des tubes (2 fois 85 mm) cela se traduit par un déplacement de 1,25 mm. Cet ordre de grandeur est bien celui du décalage observé sur le maximum de la force sur la figure 4. La déformation des tubes peut donc être responsable de la diminution de la pente initiale de la courbe associée à l'essai 2. En particulier, cela interdit toute mesure de module apparent. On voit bien que ce qui compte ici n'est pas le module de l'équipage mais sa rigidité.

Au-delà du maximum la diminution relative de la force ne peut pas être imputée aux tubes. L'analyse des conditions aux limites (adhésives) et des profils de l'éprouvette permet de conclure que l'hypothèse de déformation homogène n'est plus valable. De ce fait pour un même déplacement le rayon minimal de l'éprouvette dans l'essai 2 est inférieur à celui qu'aurait une éprouvette homogène (Figure 5b). Pour un matériau incompressible ($R^2 L^2 = R_0^2 L_0^2$) ce rayon serait de 4,63 pour un déplacement de 5 mm (longueur de 35 mm) et de 4,08 mm pour un déplacement de 15 mm (longueur 45 mm). La section minimale décroît donc plus vite dans l'essai 2, ce qui se traduit par une plus forte décroissance de la force.

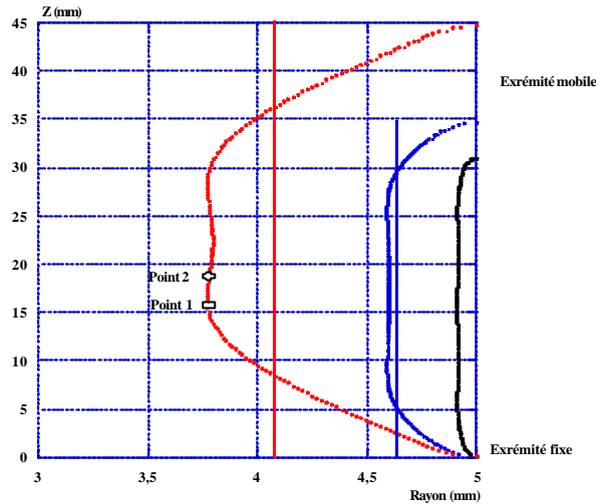


Figure 5b

1-7) Si on suit le déplacement relatif de 2 points entre lesquels la déformation reste homogène le raisonnement fait au 1-2 est applicable en remplaçant L_0 par la distance initiale entre les deux points. Une alternative est de constater que si le matériau obéit à nos hypothèses :

$$\epsilon_v = \ln\left(\frac{L}{L_0}\right) = -2\ln\left(\frac{R}{R_0}\right) \text{ et } \sigma_v = \frac{F}{\pi R^2}$$

De ce fait un extensomètre diamétral ou un extensomètre longitudinal bien placé permet de dépouiller cet essai quelles que soient les conditions aux limites et la rigidité de l'équipage (tableau Ib).

Il faut noter que les vitesses de déformations ne sont plus homogènes et qu'elles dépendent donc de la zone de mesures (figure 5c). Une partie de la différence entre les essais 1 et 2 vient de ce dernier point : les vitesses sont différentes dans ces deux essais.

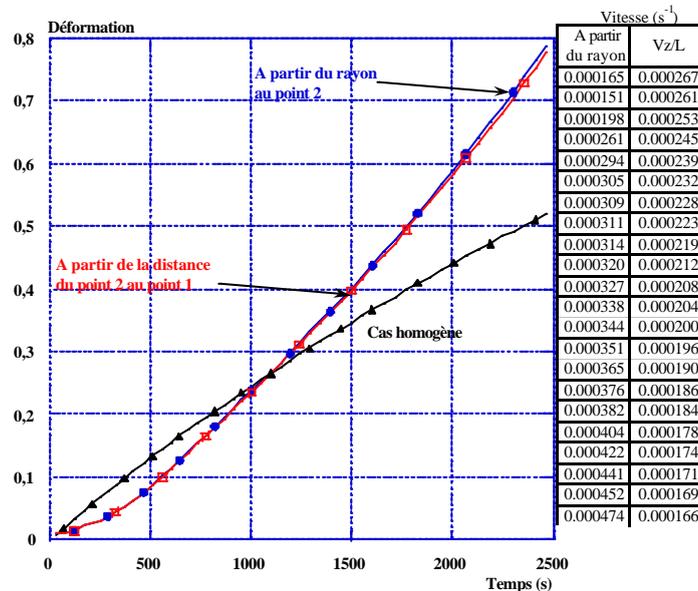


Figure 5c

Temps (s)	$-\frac{2}{\ln(R_2/5)}$	$S = \frac{F}{p R_2^2}$	$\frac{\ln((Z_2-Z_1)/0.69231)}{0.69231}$	$S = \frac{F \left(1 + \frac{\Delta(Z_2 - Z_1)}{0.69231} \right)}{p 5^2}$
0	0	0	0	0
127	0.01499	15.536	0.014666	15.530
213	0.02582	20.251	0.025827	20.252
333	0.04556	25.599	0.045342	25.593
468	0.07609	28.742	0.075611	28.728
562	0.10168	29.318	0.10100	29.298
692	0.14047	29.598	0.13954	29.571
779	0.16698	29.656	0.16589	29.624
867	0.19435	29.690	0.19307	29.652
958	0.22265	29.700	0.22117	29.656
1099	0.26707	29.718	0.26522	29.663
1195	0.29815	29.867	0.29603	29.804
1295	0.33092	29.887	0.32845	29.814
1395	0.36498	29.914	0.36214	29.829
1498	0.40068	29.937	0.39739	29.838
1659	0.45801	29.972	0.45391	29.849
1771	0.49924	29.996	0.49447	29.853
1829	0.52089	30.031	0.51574	29.877
2009	0.59080	30.114	0.58424	29.917
2129	0.64018	30.213	0.63250	29.982
2245	0.68966	30.325	0.68078	30.057
2301	0.71446	30.384	0.70495	30.096
2410	0.76424	30.513	0.75336	30.183

Tableau I b

1-8) Une partie, f , de la puissance mécanique plastique, W , est transformée en chaleur. En fonction de la vitesse de déformation et des conditions d'échange cela se traduira par un échauffement plus ou moins important du matériau. L'équation de la chaleur peut s'écrire :

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}(k \text{ grad}(T)) + f W$$

où ρ , C , k et f sont respectivement la densité, la capacité calorifique, la conductivité thermique et l'efficacité du matériau.

Par définition :

$$W = \sigma : \dot{\varepsilon}$$

Si les conditions sont adiabatiques l'augmentation de température sera :

$$\Delta T = \frac{1}{\rho C} \int f \sigma : \dot{\varepsilon} = \frac{f}{\rho C} \int \sigma d\varepsilon$$

En posant f à 1 on obtient un majorant de l'échauffement.

- L'augmentation de température induit un adoucissement du matériau du fait de la thermodépendance du comportement généralement observée. Sa répercussion dépendra bien sûr de cette thermodépendance.

- Dans la réalité les échanges avec l'extérieur compliquent le tableau. Un gradient thermique s'installe dans l'éprouvette. Le bilan global dépend des caractéristiques physiques du matériau (capacité, conductivité et densité), des processus élémentaires de déformation qui contrôlent l'évolution des contraintes et le paramètre f (quelle part du travail peut être transformée en chaleur?) et des conditions opératoires (vitesse de déformation (qui peut dans une certaine mesure dépendre du comportement via les localisations), géométrie de l'échantillon (épaisseur), température du milieu extérieur et échanges avec lui).

- Les solutions sont :
- De se restreindre à des conditions opératoires telles que l'échauffement soit négligeable au regard de la thermodépendance du comportement. Cela se traduit par l'usage de très faibles vitesses de sollicitation. Ainsi pour un polymère il conviendra de se limiter à moins de 0.01 s^{-1} . On qualifiera ces essais d'isothermes bien qu'il n'y ait aucun essai réellement isotherme.
- D'utiliser des conditions raisonnablement adiabatiques (hautes vitesses) et de corriger les mesures en utilisant le raisonnement précédent.
- D'utiliser une analyse inverse de l'essai, surtout pour les conditions intermédiaires, sachant que la connaissance de tous les paramètres est alors indispensable.

2 Le durcissement structural et la variété de phénomènes associés

2-1) Les matériaux précédents ne pourraient pas présenter le même type de résultats puisque plus la section de l'éprouvette décroîtrait plus la force diminuerait. De plus, la section minimale ne pourrait pas voir son rayon se stabiliser.

Il faut admettre que la contrainte ressentie par le matériau augmente avec la déformation, ce que l'on appelle un durcissement structural. La déformation est d'abord concentrée dans la section la plus faible. En cet endroit le matériau durcit jusqu'au moment où le durcissement structural fait qu'il devient plus économique de déformer les sections plus grandes mais moins durcies. A ce moment la section minimale cesse de diminuer et la déformation se propage par déplacement des épaules de striction.

2-2) En dessous de la transition vitreuse les polymères amorphes et les domaines amorphes de polymères semi cristallins présentent une élasticité de type enthalpique, pilotée par des changements conformationnels locaux, comparable à celle des métaux. Les déformations de plus grandes ampleurs ou plastiques sont accessibles par l'amorçage local de microdomaines déformés où les contraintes sont concentrées et autorisent différents processus de déformations. Suivant les matériaux on trouvera des processus élémentaires de type craquelures (figure 9b, traction plastique localisée), bandes de cisaillement (cisaillement plastique localisé) ou des processus plus complexes de type cavitation. On admettra que la plasticité est amorcée dans des domaines de plus forte énergie interne, ou défauts (par exemple des fluctuations de densité), et que la déformation résulte de la propagation de ces défauts. Bien que les choses soient moins bien posées on retrouve ici des concepts de type dislocation bien connus pour les métaux.

La phase cristalline se comporte comme tout cristal à la différence que certains systèmes de glissement sont interdits par la présence de la molécule qui est parallèle à un axe de la maille.

La déformation de la phase amorphe peut conduire à une orientation progressive des molécules parallèlement à l'axe de sollicitation. Les cristaux peuvent quant à eux progressivement pivoter puis se texturer (processus de Peterlin). Ces deux phénomènes conduisent à l'apparition d'une orientation et à un durcissement mécanique.

Au dessus de T_g les déformations de la phase amorphe résulte de changement de conformation globale. Cette déformation peut être de grande ampleur et est réversible puisqu'il s'agit là d'une élasticité entropique. L'orientation progressive des molécules induit un durcissement du matériau. Le cristal pour sa part se comporte comme plus haut.

Il est important de noter que PC et PP ont des comportements macroscopiques très similaires alors qu'ils sont le siège de processus très différents : amorphe vitreux

pour l'un semi-cristallin caoutchoutique pour l'autre. Un comportement identique sera observé dans certains métaux en présence de bandes de Lüders.

Dans le cas du PET amorphe caoutchoutique, au durcissement induit par l'orientation moléculaire s'ajoute une cristallisation qui contribue elle aussi à un fort durcissement.

En conclusion un même comportement macroscopique peut provenir de processus élémentaires très différents. Ces processus ne sont identifiables qu'en superposant aux essais mécaniques toute une panoplie de caractérisation microstructurale.



Figure 9b : Craquelure

2-3) Le matériau est hyper-élastique et son durcissement provient de l'orientation moléculaire.

3 Plasticité et variation de volume

3-1) Le matériau s'endommage sous déformation.

3-2) La baisse de densité laisse imaginer un processus de cavitation ou de craquelage qui donne une origine à l'endommagement.

La variation de volume peut être calculée à partir de mesure de déformation dans les trois directions de l'espace :

$$\frac{\Delta V}{V_0} = (1 + \epsilon_x)(1 + \epsilon_y)(1 + \epsilon_z) - 1$$