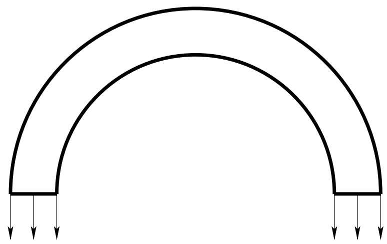
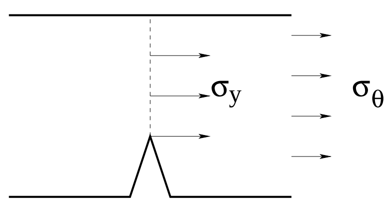
TD23 (corrigé)
Rupture d'un pipeline

Question 1
On pourra écrire l'équilibre d'une demi-section de tube :



$$2e\sigma_\theta = \int_O^\pi R\sin\theta p d\theta = 2Rp \;\Rightarrow\; \sigma_\theta = \frac{R}{e}p$$

Question 2 L'hypothèse est forte ! Mais cela permet d'introduire le concept de rupture par chargement limite dans la zone fissurée.



$$(e-a)\sigma_y = e\sigma_\theta = e\frac{R}{e}p_L \;\Rightarrow\; p_L = \left(1-\frac{a}{e}\right)\frac{e}{R}\sigma_y$$

Question 3 J'ai choisi de garder la forme complexe de $K_I(a, a/e)$ pour souligner que tout n'est pas analytique ! Bien souligner que

$$K_I = 0.6\sqrt{\pi a}g(a/e)\sigma_\theta = Y\sqrt{\pi a}\sigma_\theta$$

qui est la forme classique mais avec Y exprimé comme une fonction du rapport a/e. La solution est bien sûr triviale :

$$K_I = K_{Ic} = 0.6\sqrt{\pi a}g(a/e)p\frac{R}{e}$$

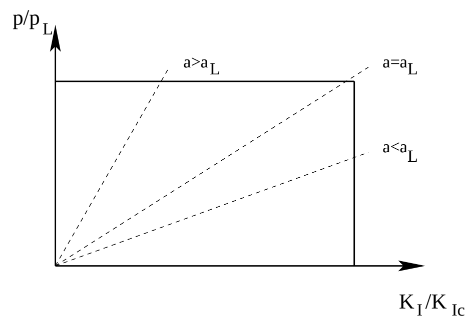
Donc

$$p_e = \frac{K_{Ic}}{0.6\sqrt{\pi a}g(a/e)}\frac{e}{R}$$

Question 4 Il s'agit ici (et en 5) d'introduire le diagramme FAD (Failure Accessment Diagram). Il faut que $p_L = p_c$. Donc

$$\frac{K_{Ic}}{0.6\sqrt{\pi a}g(a/e)} = \left(1 - \frac{a}{e}\right)^2 \sigma_y$$

Question 5



Question 6
Avec la courbe épaisse indiquée sur le graphe on trouve : $\alpha = 4.8$ et $C = 6.3\,10^{-9}$ μm.MPa$^{-\alpha}$.m$^{-\alpha/2}$. Attention aux unités !
Question 7 La loi de Paris donne :

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^\alpha = C\left(0.6\sqrt(\pi a)g(a/e)p_{\max}\frac{R}{e}\right)^\alpha$$

Soit :

$$\frac{da}{\left(0.6p_{\max}\frac{R}{e}\right)^\alpha\left(\sqrt(\pi a)g(a/e)\right)^\alpha} = dN$$

On a donc :

$$G(a_R) - G(a_0) = \left(0.6p_{\max}\frac{R}{e}\right)^\alpha N_R$$

a_R peut être calculée en supposant : (i) rupture par charge limite, (ii) rupture par fissuration brutale. Il faut bien sûr retenir la valeur la plus petite : $a_R = \min(a_R^L, a_R^e)$ avec a_R^L solution de $p_{\max} = p_L$ et a_R^e solution de $p_{\max} = p_e$.